

SCIENCES SUP

$bx + c$



Cours et exercices avec solutions

2^e année MIAS • MASS • SM

ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

2^e ANNÉE

François Liret
Dominique Martinais

DUNOD

Table des matières

| | | |
|---|--|-----|
| Chapitre 1. | Ensembles ordonnés, relations d'équivalence | |
| 1. Relation d'ordre | | 1 |
| 2. Relation d'équivalence | | 6 |
| 3. L'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ | | 8 |
| Exercices | | 12 |
| Chapitre 2. | Compléments d'algèbre linéaire | |
| 1. Somme de sous-espaces vectoriels | | 17 |
| 2. Endomorphisme | | 20 |
| 3. Dualité | | 24 |
| 4. Déterminant | | 32 |
| 5. Rang | | 35 |
| Exercices | | 42 |
| Chapitre 3. | Diagonalisation, trigonalisation | |
| 1. Valeur propre, vecteur propre | | 49 |
| 2. Polynôme caractéristique | | 52 |
| 3. Sous-espaces propres | | 57 |
| 4. Endomorphisme diagonalisable | | 59 |
| 5. Endomorphisme trigonalisable | | 67 |
| Exercices | | 70 |
| Chapitre 4. | Structure d'un endomorphisme | |
| 1. Matrices semblables | | 79 |
| 2. Classification des matrices de $M_2(\mathbb{C})$ et de $M_2(\mathbb{R})$ | | 84 |
| 3. Sous-espaces stables | | 86 |
| 4. Le théorème de Hamilton-Cayley | | 89 |
| 5. Sous-espaces caractéristiques | | 91 |
| 6. Polynôme minimal | | 101 |
| Exercices | | 105 |

Chapitre 5. Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants

| | |
|---|-----|
| 1. Propriétés générales | 116 |
| 2. Exemples de résolution | 119 |
| 3. Exponentielle d'une matrice | 122 |
| 4. Résolution d'un système différentiel homogène | 125 |
| 5. Systèmes différentiels homogènes dans \mathbb{R}^2 | 129 |
| 6. Méthode de variation de la constante | 134 |
| 7. Équations différentielles linéaires d'ordre 2 | 136 |
| Exercices | 139 |

Chapitre 6. Espaces euclidiens

| | |
|--|-----|
| 1. Produit scalaire | 145 |
| 2. Orthogonal d'un sous-espace vectoriel | 151 |
| 3. Bases orthonormées | 158 |
| 4. Orientation | 165 |
| 5. Produit vectoriel | 167 |
| Exercices | 171 |

Chapitre 7. Endomorphismes d'un espace euclidien

| | |
|-------------------------------|-----|
| 1. Adjoint d'un endomorphisme | 177 |
| 2. Endomorphisme symétrique | 180 |
| 3. Isométrie | 183 |
| 4. Isométries du plan | 187 |
| 5. Isométries de l'espace | 191 |
| Exercices | 196 |

Chapitre 8. Espaces affines euclidiens

| | |
|-------------------------------------|-----|
| 1. Espace affine | 203 |
| 2. Sous-espaces affines orthogonaux | 206 |
| 3. Isométries affines du plan | 212 |
| 4. Similitudes planes | 218 |
| 5. Isométries affines de l'espace | 220 |
| Exercices | 222 |

| | | |
|--|----------------------------|-----|
| Chapitre 9. | Géométrie plane | |
| 1. Angle de vecteurs | | 227 |
| 2. Angle de droites | | 233 |
| 3. Le triangle | | 236 |
| 4. Le cercle | | 240 |
| 5. Utilisation des nombres complexes | | 247 |
| 6. Division harmonique | | 250 |
| Exercices | | 258 |
| Chapitre 10. | Formes quadratiques | |
| 1. Forme bilinéaire | | 265 |
| 2. Orthogonalité | | 271 |
| 3. Décomposition en carrés | | 274 |
| 4. Bases orthogonales | | 281 |
| 5. Formes quadratiques sur un espace euclidien | | 286 |
| 6. Formes quadratiques équivalentes | | 289 |
| Exercices | | 292 |
| Chapitre 11. | Coniques | |
| 1. Équations d'une conique | | 301 |
| 2. Intersection d'une droite et d'une conique | | 307 |
| 3. Foyer et directrice | | 310 |
| 4. Propriétés bifocales | | 313 |
| 5. Polaire par rapport à une conique à centre | | 316 |
| Exercices | | 319 |
| Quelques repères historiques | | 325 |
| Index | | 331 |