

100%
LICENCE

2^e année

ÉLIE AZOULAY - JEAN AVIGNANT - GUY AULIAC

LES MATHÉMATIQUES EN LICENCE

Tome 4

Cours et exercices corrigés

3^e édition

50% COURS
+50% EXOS
= 100%
EFFICACE

EdiScience

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1

Fonctions élémentaires de la variable complexe

1.1	Fonctions élémentaires de la variable complexe définie par des séries	1
1.2	Fonctions hyperboliques de z	3
1.3	Fonctions trigonométriques de z	3
1.4	Logarithme complexe	5
	<i>Résumé</i>	5
	<i>Exercices</i>	6
	<i>Corrigés</i>	8

CHAPITRE 2

Séries de Fourier

2.1	Définition. Étude de la convergence	15
2.2	Forme complexe d'une série de Fourier.....	17
2.3	Développement en série de Fourier d'une fonction périodique	18
2.4	Exemples	23
2.5	Cas d'une fonction quelconque.....	26
2.6	Coefficients d'une série de Fourier complexe	30
2.7	Formule de Parseval.....	32
2.8	Dérivation, intégration.....	34
	<i>Résumé</i>	37
	<i>Exercices</i>	38
	<i>Corrigés</i>	41

CHAPITRE 3

Fonction d'une variable réelle définie par une intégrale

A.	Définitions et propriétés générales	59
3.1	Fonction $x \mapsto \varphi(x) = \int_a^x f(t) dt$,	59
3.2	Fonction $x \mapsto \varphi(x) = \int_a^b f(x, t) dt$,	60
3.3	Fonction $x \mapsto \varphi(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(x, t) dt$,	63

3.4	Fonction définie par une intégrale généralisée. Convergence uniforme	63
3.5	Propriétés des fonctions définies par des intégrales uniformément convergentes	65
3.6	Second théorème de la moyenne	66
B.	Fonctions eulériennes.....	68
3.1	Définitions	68
3.2	Relation de récurrence de la fonction Γ	69
3.3	Étude de la fonction Γ	70
3.4	Prolongement de Γ aux réels négatifs.....	71
3.5	Relation entre les fonctions Γ et B	72
3.6	Formule des compléments	73
3.7	Formule de Stirling.....	74
	Résumé	75
	Exercices	77
	Corrigés.....	81

CHAPITRE 4

Réduction d'un endomorphisme

A.	Rappels et compléments.....	95
4.1	Rappels sur les valeurs propres et la diagonalisation	95
4.2	Trigonalisation	96
B.	Polynôme minimal	100
4.1	Polynômes d'endomorphismes	100
4.2	Polynôme minimal	101
4.3	Théorème de Cayley-Hamilton	102
4.4	Détermination du polynôme minimal	105
4.5	Relation entre diagonalisation et polynôme minimal.....	107
C.	Décomposition spectrale	109
4.1	Sous-espaces caractéristiques.....	109
4.2	Théorème de décomposition spectrale	111
4.3	Projecteurs spectraux	114
D.	Applications. Exponentielle d'une matrice.....	118
4.1	Applications de la réduction au calcul des puissances d'une matrice et aux suites récurrentes.....	118
4.2	Application de la réduction aux systèmes différentiels à coefficients constants du premier ordre.....	121
4.3	Endomorphisme défini par une série entière.....	124
4.4	Application de l'exponentielle d'une matrice aux systèmes différentiels linéaires	129

Résumé	132
Exercices.....	135
Corrigés.....	138

CHAPITRE 5

Formes quadratiques. Espaces euclidiens. Isométries

A. Formes bilinéaires. Formes quadratiques	155
5.1 Forme bilinéaire. Définition et représentation matricielle.....	155
5.2 Forme bilinéaire symétrique, forme quadratique associée.....	157
5.3 Orthogonalité par rapport à une forme quadratique	158
5.4 Base orthogonale. Diagonalisation. Décomposition en carrés	159
B. Espace euclidien.....	163
5.1 Définition d'un espace euclidien. Produit scalaire	163
5.2 Norme associée à un produit scalaire. Espace normé	163
5.3 Base orthonormée d'un espace euclidien. Procédé d'orthonormalisation de Schmidt.....	165
5.4 Changement de base orthonormée. Matrice orthogonale, endomorphisme orthogonal	167
5.5 Notions sur les isométries d'un espace vectoriel euclidien	169
5.6 Isométries de \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3	171
5.7 Réduction d'une matrice symétrique réelle. Application aux formes quadratiques.....	173
5.8 Réduction des coniques et quadriques à centres.....	173
5.9 Produit mixte et produit vectoriel dans un espace euclidien de dimension n	176
Résumé	176
Exercices.....	179
Corrigés.....	182

CHAPITRE 6

Formes hermitiennes. Matrices hermitiennes

6.1 Formes sesquilinéaires. Formes hermitiennes.....	191
6.2 Matrice d'une forme hermitienne en dimension finie.....	192
6.3 Produit scalaire hermitien. Orthogonalité	193
6.4 Matrice unitaire, endomorphisme unitaire	194
6.5 Réduction d'une matrice hermitienne	194
Exercices.....	195
Corrigés.....	196

CHAPITRE 7
Compléments de géométrie

A.	Courbure des courbes planes	199
7.1	Définitions	199
7.2	Rayon et centre de courbure. Formules de Frenet	200
7.3	Calcul pratique du rayon de courbure	201
7.4	Interprétation cinématique de la courbure	203
7.5	Développée d'une courbe plane.....	204
7.6	Développantes d'une courbe plane Γ	207
B.	Courbure et torsion des courbes gauches	208
7.1	Généralités.....	208
7.2	Trièdre de Frenet. Courbure et torsion	209
7.3	Étude du plan osculateur.....	211
7.4	Interprétation et calcul de R et τ	212
C.	Enveloppes dans le plan	212
7.1	Définitions	212
7.2	Enveloppe d'une famille de courbes d'équation $f(x, y, \lambda) = 0$	213
7.3	Exemple.....	214
7.4	Équation d'Euler d'une courbe plane.....	216
D.	Enveloppes dans l'espace	217
	<i>Résumé</i>	218
	<i>Exercices</i>	220
	<i>Corrigés</i>	223
	Problèmes d'examen Licence SCIENCES 2^e année	239
	<i>Énoncés</i>	239
	<i>Corrigés</i>	244
	Autres épreuves d'examen Licence SCIENCES 2^e année	268
	Brèves notices sur les mathématiciens	275
	Index	277