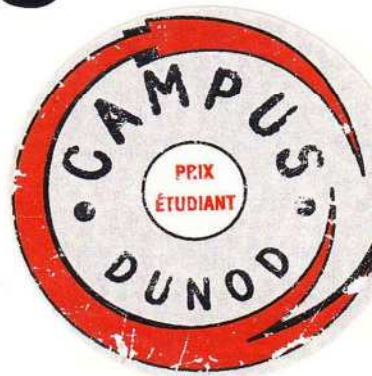


- Elie Azoulay - Jean Avignant - Guy Auliac -

LES MATHÉMATIQUES EN LICENCE

1^{re} année • Tome 2



MIAS • MASS • SM

Cours + exos

Un cours pédagogique

Des exemples pour comprendre

212 exercices corrigés pour s'entraîner

Des résumés pour mémoriser ce qu'il faut savoir

3^e édition de
Mathématiques
Deug Sciences 2

EdiScience

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1

Intégration d'une fonction d'une variable

| | |
|----------------|----|
| | 1 |
| 1.1 | 1 |
| 1.2 | 4 |
| 1.3 | 6 |
| 1.4 | 8 |
| 1.5 | 11 |
| 1.6 | 12 |
| 1.7 | 12 |
| Résumé..... | 13 |
| Exercices..... | 14 |
| Corrigés | 16 |

CHAPITRE 2

Calcul des primitives et des intégrales définies

| | |
|-----|----|
| | 23 |
| A. | 23 |
| 2.1 | 23 |
| 2.2 | 25 |
| 2.3 | 25 |
| 2.4 | 27 |
| 2.5 | 31 |
| B. | 33 |
| 2.1 | 33 |
| 2.2 | 35 |
| 2.3 | 36 |
| 2.4 | 38 |
| C. | 42 |
| 2.1 | 42 |
| 2.2 | 43 |
| 2.3 | 45 |

| | | |
|-----|---|----|
| D. | Primitives de fonctions algébriques non rationnelles..... | 47 |
| E. | Calcul numérique approché d'une intégrale définie..... | 51 |
| 2.1 | Méthode des rectangles..... | 51 |
| 2.2 | Méthode des trapèzes..... | 53 |
| 2.3 | Méthode de Simpson..... | 54 |
| 2.4 | Méthode de Romberg..... | 55 |
| | <i>Résumé</i> | 57 |
| | <i>Exercices</i> | 60 |
| | <i>Corrigés</i> | 65 |

CHAPITRE 3

Fonctions vectorielles d'une variable réelle**Courbes planes paramétrées**

| | | |
|-----|--|-----|
| | | 85 |
| A. | Rappels de calcul vectoriel..... | 85 |
| B. | Fonctions vectorielles..... | 87 |
| 3.1 | Définitions..... | 87 |
| 3.2 | Continuité. Dérivation..... | 87 |
| 3.3 | Calcul des dérivées..... | 89 |
| 3.4 | Formule de Taylor-Young..... | 89 |
| C. | Courbes planes paramétrées..... | 90 |
| 3.1 | Étude locale théorique..... | 90 |
| 3.2 | Étude des branches infinies..... | 94 |
| 3.3 | Points doubles. Points multiples..... | 96 |
| 3.4 | Longueur d'un arc de courbe..... | 96 |
| 3.5 | Plan d'étude pratique d'une courbe plane paramétrée..... | 99 |
| 3.6 | Exemples d'études de courbes planes paramétrées..... | 102 |
| | <i>Résumé</i> | 106 |
| | <i>Exercices</i> | 108 |
| | <i>Corrigés</i> | 111 |

CHAPITRE 4

Courbes planes en coordonnées polaires coniques

| | | |
|-----|--|-----|
| | | 133 |
| 4.1 | Définitions et généralités..... | 133 |
| 4.2 | Changement de coordonnées. Repère cartésien associé.... | 134 |
| 4.3 | Équations de quelques courbes simples..... | 135 |
| 4.4 | Tangente en un point à une courbe définie par $\rho = f(\theta)$ | 137 |

| | | |
|----------------------------------|---|-----|
| 4.5 | Points d'inflexion..... | 140 |
| 4.6 | Branches infinies..... | 141 |
| 4.7 | Points doubles. Points multiples..... | 143 |
| 4.8 | Longueur d'un arc de courbe..... | 143 |
| 4.9 | Plan d'étude d'une courbe définie par $\rho = f(\theta)$ | 144 |
| 4.10 | Notions sur les coniques..... | 145 |
| 4.11 | Exemple : courbe d'équation $\rho = \frac{\cos \theta \cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{3\theta}{2}}$ | 151 |
| | <i>Résumé</i> | 156 |
| | <i>Exercices</i> | 158 |
| | <i>Corrigés</i> | 159 |
| | | |
| CHAPITRE 5 | | |
| Équations différentielles | | |
| | | 167 |
| A. | Généralités..... | 167 |
| 5.1 | Définition. Terminologie usuelle..... | 167 |
| 5.2 | Courbes intégrales d'une équation différentielle..... | 169 |
| B. | Équations du premier ordre $F(x, y, y') = 0$ | 169 |
| 5.1 | Équations à variables séparées (ou « séparables »)..... | 169 |
| 5.2 | Équations incomplètes..... | 170 |
| 5.3 | Équation homogène..... | 171 |
| 5.4 | Équation linéaire..... | 173 |
| 5.5 | Autres types classiques d'équations du premier ordre..... | 177 |
| 5.6 | Applications des équations du premier ordre..... | 179 |
| C. | Équations du second ordre $F(x, y, y', y'') = 0$ | 183 |
| 5.1 | Équations incomplètes..... | 184 |
| 5.2 | Équation linéaire du second ordre, sans second membre, à coefficients constants..... | 185 |
| 5.3 | Équation linéaire à coefficients constants. Cas général..... | 189 |
| 5.4 | Équation linéaire à coefficients constants, avec second membre « simple »..... | 192 |
| 5.5 | Applications des équations différentielles du second ordre..... | 195 |
| | <i>Résumé</i> | 199 |
| | <i>Exercices</i> | 202 |
| | <i>Corrigés</i> | 209 |

CHAPITRE 6

Espaces vectoriels. Applications linéaires. Matrices 235

| | | |
|------|---|-----|
| A. | Espaces vectoriels | 235 |
| 6.1 | Introduction | 235 |
| 6.2 | Définition d'un espace vectoriel | 235 |
| 6.3 | Exemples | 236 |
| 6.4 | Propriétés immédiates des opérations dans un espace vectoriel | 236 |
| 6.5 | Familles de vecteurs d'un espace vectoriel. Dépendance, indépendance | 237 |
| 6.6 | Sous-espaces vectoriels | 238 |
| 6.7 | Intersection de deux sous-espaces | 239 |
| 6.8 | Somme de sous-espaces. Somme directe. Sous-espaces supplémentaires | 240 |
| 6.9 | Générateurs d'un espace vectoriel. Base. Coordonnées | 241 |
| 6.10 | Dimension finie | 243 |
| 6.11 | Sous-espaces vectoriels en dimension finie. Rang d'un système de vecteurs | 245 |
| 6.12 | Espaces de dimension infinie | 247 |
| B. | Applications linéaires. Matrices | 248 |
| 6.1 | Définition | 248 |
| 6.2 | Noyau. Image | 248 |
| 6.3 | Application linéaire injective | 249 |
| 6.4 | Image d'une famille génératrice. Cas où E est de dimension finie | 250 |
| 6.5 | Cas où E et F sont de dimensions finies. Matrices associées à une application linéaire | 252 |
| 6.6 | Matrice nulle. Égalité. Transposition | 255 |
| 6.7 | Opérations linéaires sur les applications linéaires et les matrices | 256 |
| 6.8 | Composition des applications linéaires. Multiplication des matrices | 257 |
| C. | Endomorphismes. Algèbre des matrices carrées d'ordre n | 261 |
| 6.1 | Endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Matrices carrées d'ordre n | 261 |
| 6.2 | Anneau de matrices carrées d'ordre n | 263 |
| 6.3 | Endomorphisme bijectif. Inverse d'une matrice carrée | 264 |

| | | |
|-----|--|-----|
| 6.4 | Inversion d'une matrice par la méthode de Gauss | 266 |
| 6.5 | Changement de base. Matrices semblables | 269 |
| 6.6 | Projecteurs | 272 |
| D. | Notions sur la dualité | 274 |
| 6.1 | Forme linéaire | 274 |
| 6.2 | Espace dual d'un espace vectoriel. Base duale d'une base de E | 275 |
| 6.3 | Hyperplan vectoriel | 276 |
| | <i>Résumé</i> | 277 |
| | <i>Exercices</i> | 281 |
| | <i>Corrigés</i> | 287 |

CHAPITRE 7

Déterminants. Systèmes d'équations linéaires 311

| | | |
|-----|--|-----|
| A. | Permutations d'un ensemble fini | 311 |
| 7.1 | Rappel | 311 |
| 7.2 | Transposition | 312 |
| 7.3 | Inversions d'une permutation. Parité. Signature | 313 |
| B. | Déterminants | 314 |
| 7.1 | Forme multilinéaire alternée | 314 |
| 7.2 | Expression d'une forme multilinéaire alternée dans une base de E | 315 |
| 7.3 | Définition d'un déterminant | 316 |
| 7.4 | Exemples. Déterminants d'ordre 2 et 3. Règle de Sarrus | 317 |
| 7.5 | Propriétés des déterminants | 318 |
| 7.6 | Développement d'un déterminant suivant une rangée | 321 |
| 7.7 | Calcul pratique d'un déterminant | 323 |
| 7.8 | Déterminant de Vandermonde | 326 |
| C. | Inversion d'une matrice. Systèmes d'équations linéaires | 327 |
| 7.1 | Inversion d'une matrice | 327 |
| 7.2 | Systèmes d'équations linéaires. Généralités | 328 |
| 7.3 | Système de Cramer | 329 |
| 7.4 | Rang d'un système linéaire | 331 |
| 7.5 | Cas général du système de n équations à p inconnues. Théorème de Fontené-Rouché | 333 |
| 7.6 | Système homogène | 335 |

| | |
|------------------------|-----|
| <i>Résumé</i> | 336 |
| <i>Exercices</i> | 338 |
| <i>Corrigés</i> | 345 |

CHAPITRE 8

| | |
|--|------------|
| Valeurs propres. Diagonalisation d'un endomorphisme | 359 |
| 8.7 Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres | 359 |
| 8.8 Recherche des valeurs propres en dimension finie. Polynôme caractéristique | 360 |
| 8.9 Réduction d'un endomorphisme possédant n valeurs propres distinctes | 362 |
| 8.10 Étude générale de la diagonalisation | 364 |
| 8.11 Applications de la diagonalisation | 367 |
| <i>Résumé</i> | 372 |
| <i>Exercices</i> | 373 |
| <i>Corrigés</i> | 377 |
| Problèmes d'examen Licence Sciences 1^{re} année | 397 |
| Brèves notices sur les mathématiciens | 427 |
| Index | 429 |