



LES NOUVEAUX  
**Précis**

# TOUT-EN-UN MATHÉMATIQUES

- **Tout le cours**
- **Toutes les méthodes**
- **Tous les exercices résolus**

**PCSI  
PTSI**

**NOUVEAU PROGRAMME 2013**

**D. Guinin • E. Ladame • H. Vandeven**

 **Breal**  
L'ÉDITEUR DES PRÉPAS

## 1. Notions de base

A. Éléments de logique . . . . .	12
B. Notions sur les ensembles . . . . .	16
C. Applications . . . . .	18
D. Dénombrement . . . . .	22
E. Relation binaire sur un ensemble . . . . .	26
F. Sommes et produits finis . . . . .	29
G. Rudiments d'arithmétique dans $\mathbb{N}$ . . . . .	33
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	37
Énoncés des exercices . . . . .	49
Solutions des exercices . . . . .	54

## 2. Nombres complexes et trigonométrie

A. Les nombres complexes . . . . .	66
B. Représentation géométrique Affixe – Module – Argument . . . . .	67
C. Racines d'un nombre complexe . . . . .	74
D. Trigonométrie . . . . .	78
E. Exponentielle complexe . . . . .	84
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	86
Énoncés des exercices . . . . .	99
Solutions des exercices . . . . .	102

## 3. Inégalités dans $\mathbb{R}$ – Fonctions numériques

A. Inégalités dans $\mathbb{R}$ . . . . .	112
B. Généralités sur les fonctions . . . . .	116
C. Dérivation . . . . .	122
D. Étude aux bornes . . . . .	132
E. Fonctions usuelles . . . . .	134
F. Fonctions complexes d'une variable réelle . . . . .	142
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	144
Énoncés des exercices . . . . .	155
Solutions des exercices . . . . .	159

## 4. Primitives – Équations différentielles

A. Primitives d'une fonction complexe . . . . .	174
B. Équations différentielles linéaires du premier ordre . . . . .	182
C. Équations différentielles linéaires du second degré à coefficients constants . . . . .	187
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	194
Énoncés des exercices . . . . .	200
Solutions des exercices . . . . .	202

## 5. Nombres réels – Suites numériques

A. Généralités . . . . .	210
B. Limite d'une suite réelle . . . . .	212
C. Suites monotones . . . . .	216
D. Propriété de la borne supérieure . . . . .	218
E. Approximations d'un nombre réel . . . . .	222
F. Suites complexes . . . . .	227
G. Suites particulières . . . . .	228
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	236
Énoncés des exercices . . . . .	248
Solutions des exercices . . . . .	253

## 6. Limites – Continuité – Dérivabilité

A. Voisinages dans $\mathbb{R}$ . . . . .	266
B. Limites . . . . .	267
C. Continuité . . . . .	273
D. Dérivation . . . . .	277
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	287
Énoncés des exercices . . . . .	294
Solutions des exercices . . . . .	297

## 7. Analyse asymptotique

A. Relations de comparaison – Cas des suites . . . . .	306
B. Relations de comparaison – Cas des fonctions . . . . .	310
C. Développements limités . . . . .	314
D. Développements limités généralisés . . . . .	326
E. Représentation graphique d'une fonction . . . . .	328
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	333
Énoncés des exercices . . . . .	341
Solutions des exercices . . . . .	344

## 8. Systèmes linéaires – Matrices

A. Définitions . . . . .	354
B. Résolution des systèmes linéaires . . . . .	358
C. Calcul matriciel . . . . .	368
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	383
Énoncés des exercices . . . . .	389
Solutions des exercices . . . . .	392

## 9. Géométrie dans le plan (PTSI)

A. Modes de repérage dans le plan . . . . .	402
B. Déterminant . . . . .	411
C. Cercles dans le plan . . . . .	419
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	423
Énoncés des exercices . . . . .	434
Solutions des exercices . . . . .	437

## 10. Géométrie dans l'espace (PTSI)

A. Modes de repérage dans l'espace . . . . .	444
B. Produit scalaire dans l'espace . . . . .	448
C. Produit vectoriel . . . . .	454
D. Déterminant ou produit mixte . . . . .	459
E. Droites et plans dans l'espace . . . . .	461
F. Sphères . . . . .	467
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	470
Énoncés des exercices . . . . .	482
Solutions des exercices . . . . .	485

## 11. Polynômes

A. Polynômes réels ou complexes . . . . .	492
B. Division euclidienne . . . . .	495
C. Fonctions polynômes et divisibilité . . . . .	496
D. Dérivation des polynômes . . . . .	498
E. Décomposition en facteurs irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$ . . . . .	501
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	503
Énoncés des exercices . . . . .	507
Solutions des exercices . . . . .	510

## 12. Espaces vectoriels – Applications linéaires

A. Espaces et sous-espaces vectoriels . . . . .	516
B. Familles libres ou génératrices – Bases . . . . .	520
C. Applications linéaires . . . . .	525
D. Somme de sous-espaces vectoriels . . . . .	531
E. Projecteurs et involutions linéaires . . . . .	533
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	536
Énoncés des exercices . . . . .	541
Solutions des exercices . . . . .	545

## 13. Espaces vectoriels de dimension finie

A. Dimension finie – Bases . . . . .	554
B. Sous-espaces en dimension finie . . . . .	558
C. Rang d'une application linéaire, d'une famille finie de vecteurs . . . . .	561
D. Applications linéaires et matrices . . . . .	563
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	572
Énoncés des exercices . . . . .	581
Solutions des exercices . . . . .	585

## 14. Déterminants

A. Algorithme de Gauss-Jordan et matrices inversibles . . . . .	592
B. Déterminant d'une matrice carrée de taille $n$ . . . . .	593
C. Calcul des déterminants . . . . .	600
D. Déterminant d'un endomorphisme . . . . .	604
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	606
Énoncés des exercices . . . . .	613
Solutions des exercices . . . . .	616

## 15. Produit scalaire – Espaces euclidiens (PCSI)

A. Espaces préhilbertiens réels . . . . .	624
B. Orthogonalité . . . . .	629
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	640
Énoncés des exercices . . . . .	645
Solutions des exercices . . . . .	648

## 16. Intégration sur un segment

A. Fonctions en escalier . . . . .	656
B. Définition de l'intégrale . . . . .	657
C. Propriétés de l'intégrale . . . . .	662
D. Extension aux fonctions complexes . . . . .	668
E. Intégration par parties – Formules de Taylor . . . . .	669
F. Changement de variable . . . . .	672
G. Calcul approché d'intégrales . . . . .	675
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	678
Énoncés des exercices . . . . .	683
Solutions des exercices . . . . .	687

## 17. Séries numériques

A. Généralités . . . . .	698
B. Séries à termes réels positifs . . . . .	703
C. Absolue convergence . . . . .	711
D. Représentation décimale des réels . . . . .	714
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	717
Énoncés des exercices . . . . .	730
Solutions des exercices . . . . .	734

## 18. Probabilités sur un ensemble fini

A. Description de l'expérience – Événements . . . . .	748
B. Espaces probabilisés finis . . . . .	749
C. Probabilités conditionnelles . . . . .	751
D. Événements indépendants . . . . .	753
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	754
Énoncés des exercices . . . . .	761
Solutions des exercices . . . . .	767

## 19. Variables aléatoires sur un ensemble fini

A. Variables aléatoires . . . . .	778
B. Lois classiques . . . . .	779
C. Couples de variables aléatoires . . . . .	781
D. Variables indépendantes . . . . .	783
E. Espérance – Variance . . . . .	785
F. Applications aux lois classiques . . . . .	789
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre . . . . .	791
Énoncés des exercices . . . . .	803
Solutions des exercices . . . . .	809

INDEX . . . . .	833
-----------------	-----